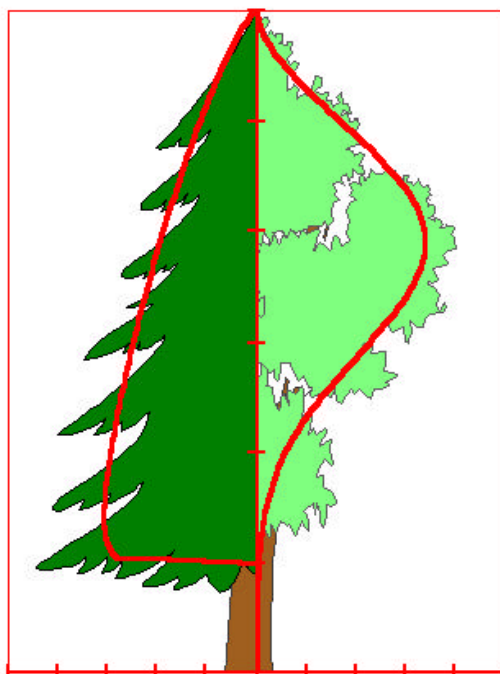


LATVUSMASSAN PITUUSSUUNTAINEN JAKAUMA

Asko Poikela



Metsätehon raportti 10
7.9.1996

TIIVISTELMÄ	2
SUMMARY	3
1. JOHDANTO	4
2. JAKAUMA LATVUSMASSAN KUVAUKSESSA	5
2.1. PERUSFUNKTIO	5
2.1.1. <i>Weibull-funktio</i>	6
2.1.2. <i>Beta-funktio</i>	7
2.2. PERUSFUNKTION MUUTTUJA	8
3. TUTKIMUSMENETELMÄ	8
3.1. FUNKTIOIDEN SOVITUS YKSITTÄISIIN RUNKOIHIN	8
3.2. PARAMETREJA ENNUSTAVIEN MALLIEN LAADINTA	11
4. TULOKSET	12
4.1. FUNKTIOIDEN SOVELTUVUUS JA TARKKUUS	12
4.2. FUNKTIOIHIN PERUSTUVAT MALLIT	13
4.2.1. <i>Ositteittain vakioidut parametrit</i>	14
4.2.2. <i>Regressiomallilla estimoidut parametrit</i>	19
5. MALLIEN SOVELTAMINEN	21
5.1. MALLIN VALINTA	21
5.2. MUUTTUJAN ARVO	22
5.3. SUHTEELLINEN JA ABSOLUUTTINEN KERTYMÄ	23
6. LOPUKSI	25
Liite	

TIIVISTELMÄ

Tutkimuksessa kehitettiin *hakkuussa poistettavan puuston* latvusmassan pituussuuntaista jakaumaa kuvaava malli männylle, kuuselle ja koivulle. Laadinta-aineistoon sisältyi 6500 kaatokoepuuta yhteensä 130:stä eri kehitysvaihetta edustavasta leimikosta.

Tavoitteena oli luoda malli, joka tuottaa mahdollisimman tarkan runkokohtaisen estimaatin elävän latvuksen kuivamassan suhteelliselle kertymälle tietyllä suhteellisella etäisyydellä latvan kärjestä. Tutkimuksessa testattiin, kuinka tarkasti empiirisiin havaintoihin sovitetut Weibull- ja beta-jakaumien kertymäfunktiot noudattavat todellista latvusmassan kertymää runko- ja leimikkotasolla. Sovitustarkkuuden lisäksi tarkasteltiin *kiinteisiin* ja puutunnuksien pohjalta *ennustettuihin jakaumaparametreihin* perustuvien kertymäestimaattien runko- ja leimikkokohtaista tarkkuutta.

Molemmat funktiot soveltuivat melko hyvin pituussuuntaisen jakauman kuvaukseen. Rungoittain sovitetut funktiot noudattivat koivua lukuunottamatta poikkeamien keskihajonnalla (=jäännöshajonta) mitattuna alle ± 4 %-yksikön tarkkuudella 2 m:n välein mitattuja todellisia kertymähavaintoja. Tarkkuudessa ei havaittu merkittävää pituussuuntaista vaihtelua.

Sovitusvaiheen jälkeen tutkittiin, kuinka tarkkoja kertymäestimaatteja voidaan tuottaa olettamalla latvusmassan pituussuuntainen jakauma *rungon pituusakselilla* puulajeittain ja leimikkotyypeittäin vakioksi. Tällä oletuksella tietyn pituiseen latvakappaleeseen jäävän kertymäestimaatin jäännöshajonta nousi leimikkotasolla yli 10 %-yksikköön. Kun jakauma vakioitiin rungon pituusakselin sijasta *latvuksen pituusakselilla*, saavutettiin vastaava tarkkuus jo runkotasolla. Leimikkotasoon jäännöshajonta laski tällöin jo alle 4 %-yksikköön. Jakaumaparametrien estimointi puutunnuksiin perustuvalla regressiomallilla ei tuonut merkittävää etua kiinteisiin parametreihin perustuvaan malliin verrattuna.

Tämän tutkimuksen tulosten valossa näyttää ilmeiseltä, että elävän latvuksen kuivamassan pituussuuntainen jakauma noudattaa puulajille ominaista muotoa, joka ei vaihtelee merkittävästi eri leimikkotyyppien välillä.

SUMMARY

1. JOHDANTO

Kuitu- ja polttoraaka-aineen yhdistetty korjuu on osoittautunut lupaavaksi menetelmäksi ensiharvennuskohteissa. Tämä niin sanottu integroitu korjuumenetelmä on edelleen kehitystyön alainen, koska eduis-taan huolimatta se ei ole vielä tuonut täysin tyydyttävää ratkaisua ensiharvennuspuun korjuun kustannustaso-ongelmaan.

Integroituja korjuumenetelmiä kehitettäessä tarvitaan tietoa puuston biomassakoostumuksesta ja -kertymästä. Hakkuussa kertyvän *runkopuun tilavuus* hallitaan nykyisillä laskentamenetelmillä tarkasti. Myös *latvuksen* eri komponenttien *kokonaismäärä massana* ilmaistuna tunnetaan hyvin. Ongelmia syntyy, jos runkopuuta ja latvusta käsitellään keskenään samoissa mittayksiköissä ja tehdään esimerkiksi minimiläpimittatarkasteluja. Muun muassa koko- ja osapuumenetelmien kustannus- ja tuottavuusvertailut edellyttävät mahdollisimman tarkkaa tietoa siitä, kuinka suuri osuus latvusmassasta saadaan käyttöosan mukana tien varteen tai jalostusprosessiin ja mikä on sen suhde runkopuun kokonaismäärään eri minimilatvaläpimittoja sovellettaessa. Tällaisten vaikutusten tuntemiseksi pitää hallita sekä latvuksen että runkopuun kuivamassan pituussuuntainen jakauma.

Kuivamassa on tilavuutta soveliaampi yhteinen mittayksikkö puun biomassakomponenteille, koska siitä voidaan verrattain luotettavasti johtaa puuraaka-aineen kuitu- ja energiasaanto. Latvuksen kiintotilavuuden määrittäminen on jo mittausteknisesti niin vaikeaa, ettei siihen edelleen suhteutettua saantoa voi pitää luotettavana.

Tässä tutkimuksessa mallinnettiin latvuksen *elävien oksien* kuivamassan (puuaines + kuori + havupuun neulaset) pituussuuntaista yhteisjakaumaa ja -kertymää. Kuolleiden oksien kuivamassaa ei huomioitu lainkaan. Metsäteho sai mallin laadintaa varten käyttöönsä *Metsäntutkimuslaitoksen* kokoaman aineiston, joka sisältää maantieteellisesti kattavan 6500 kaatokoepuun massatiedot. Koepuista tunnetaan mm. kunkin 2 metrin osavälin sisältämä latvusmassan kuivapaino. Metsäntutkimuslaitoksella laadittiin aiemmin aineiston pohjalta puulajeittaiset runkotason mallit elävän latvuksen ja koko latvuksen sekä neulasten *kokonaisuivamassoille* (Hakkila 1991).

Myöhemmin julkaistavassa Metsätehon raportissa esitetään laskentamenetelmä, jolla voidaan määrittää kuorellisen ja kuorettoman *runkopuun* pituussuuntainen massajakauma ja pituussuuntaisen kosteusvaihtelun vaikutus energiasaantoon. Se muodostaa yhdessä nyt esiteltävän mallin kanssa kokonaisuuden, jolla hallitaan esimerkiksi eri ta-

voin katkotun osapuun massa- ja energiasaanto runko- ja leimikkotasolla.

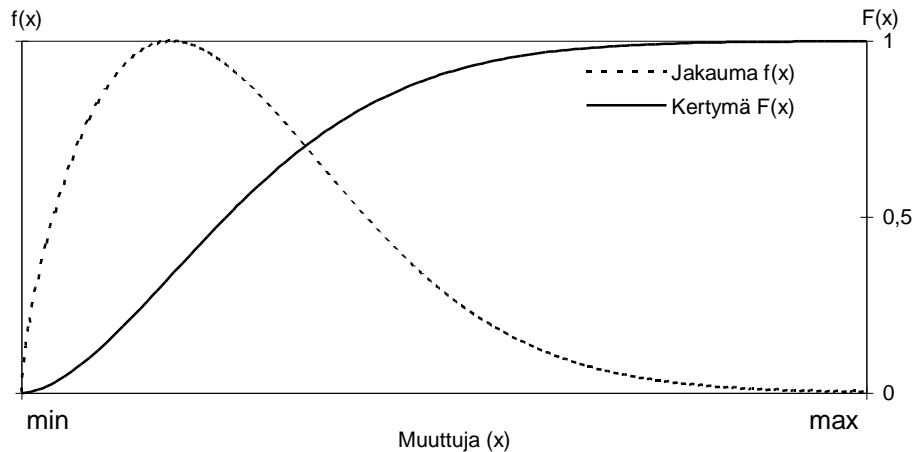
2. JAKAUMA LATVUSMASSAN KUVAUKSESSA

Jakaumalla tarkoitetaan yleensä jonkin satunnaisen ilmiön todennäköisyysmassan jakautumista tietylle arvoalueelle. Jakaumaa kuvaava funktio rajaa alueen, jonka pinta-ala on todennäköisyyden kokonaismassa (1 tai 100%). Kertymäfunktio kuvaa puolestaan tämän pinta-alan kertymistä ($0 \rightarrow 1$ tai $0 \% \rightarrow 100 \%$) arvoalueella siirryttäessä. Kertymäfunktio on matemaattisesti ilmaistuna jakaumafunktion integraali.

Puun latvuksen ulkoasu pituussuunnassa tarkasteltuna muistuttaa tyypillisen todennäköisyysjakauman muotoa etenkin latvan huipun läheisyydessä. Rungon ympärille kuivamassaksi 'tiivistettynä' tämä muoto säilyy mitä ilmeisimmin saman tyyppisenä. Latvuksen kuivamassa voidaankin rinnastaa todennäköisyysmassaan, joka jakautuu puun pituusakselin muodostamalla arvoasteikolla latvan huipun ja maanpinnan välille. Vastaavasti kertymäfunktio kuvaa tämän massan kertymistä eli kumuloitumista esimerkiksi latvasta tyveen päin siirryttäessä.

2.1. Perusfunktio

Jakauman ja sitä vastaavan kertymän kuvaaminen suoraan puutunnuksilla ilman sopivaa perusfunktiota johtaa helposti epäloogisiin arvoihin. Mallin pohjana tuleekin olla funktio, jossa on tiettyä jakaumalle ja kertymälle tyypillistä dynamiikkaa. Jos muuttujana on esimerkiksi puun pituusakseli, on latvusmassan jakaumafunktion tuotettava mahdollisimman tarkasti arvo 0 tämän akselin ääripäissä. Kertymäfunktion tulisi vastaavasti saavuttaa akselin minimissä arvo 0 ja maksimissa arvo 1 (kuva 1).



Kuva 1. Jakaumafunktion ja sitä vastaavan kertymäfunktion kuvaajat.

Latvuksen ulkoasun perusteella on oletettavissa, että jatkuvien todennäköisyysfunktioiden joukosta on löydettävissä sopiva perusfunktio. Useimmilla niistä on kaksi parametrein ilmaistavaa ominaisuutta, jotka saattavat olla riittäviä massajakauman matemaattisessa kuvauksessa. Nämä ovat vinous ja huipukkuus. Vinous indeksoi latvusta kuvaavan jakauman tapauksessa sitä, kuinka voimakkaasti ja mihin suuntaan kuivamassa painottuu latvuksen keskikohtaan nähden. Huipukkuuden avulla voidaan puolestaan ilmaista se, onko massajakauma tasainen (=suuri hajonta) vai keskittynyt (=pieni hajonta). Näitä kahta ominaisuutta samanaikaisesti varioimalla on mahdollista löytää rajoittamaton määrä erilaisia tiettyyn perusfunktioon pohjautuvia jakaumia, joilla on aina myös matemaattinen esitystapa.

Nyt raportoitavassa tutkimuksessa etsittiin mahdollisuutta latvusmassan pituussuuntaisen jakauman kuvaamiseen Weibull- ja beta-funktioiden avulla. Näillä funktioilla voidaan esittää molempiin suuntiin vino jakauma ja sitä vastaava kertymä kahden parametrin avulla. Latvusmassan pituussuuntaisen jakauman mallintamisessa on kyse näiden parametrien mahdollisimman tarkasta estimoinnista eri tasoisien (puu-/puusto-) muuttujien avulla. Weibull- ja beta-funktioita on sovellettu aiemmin muun muassa runkolukusarjojen kuvauksessa ja tasoituksessa.

2.1.1. Weibull-funktio

Weibull-jakauma ja -kertymä kuvataan kahdella tai kolmella parametrimilla. Sijaintiparametrilla (a) esitetään muuttujan (x) minimiarvo. Muotoparametri (β) kuvaa jakauman vinoutta ja skaalausparametri (λ) jakauman hajontaa. Kun muuttujan minimiarvo oletetaan nolaksi, tarvitaan funktiossa vain kaksi parametria (β ja λ):

$$f(x) = \frac{b}{I} \left(\frac{x}{I}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{x}{I}\right)^b} \quad (\text{jakaumafunktio})$$

(kaava 1)

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{I}\right)^b} \quad (\text{kertymäfunktio})$$

(kaava 2)

$\beta \leq 1,1$	(laskeva jakauma)
$1,1 < \beta < 3,6$	(vasemmalle vino jakauma)
$\beta = 3,6$	(lähes symmetrinen jakauma)
$\beta > 3,6$	(oikealle vino jakauma)

Weibull-funktion erityisominaisuus on mm. se, että jakauma- ja kertymäfunktio voidaan johtaa toisistaan analyttisesti integroimalla tai derivoimalla. Weibull-funktiolla voidaan kuvata hyvin erilaisia jakaumia. Joustavuutta on etenkin muuttujan minimiarvon läheisyydessä. Funktio voidaan sovittaa empiiriseen jakaumaan estimoimalla parametrit esim. epälineaarilla regressioanalyysillä tai maximum likelihood -menetelmällä (Kangas, 1990).

2.1.2. Beta-funktio

Beta-jakaumassa voidaan parametrizoida sekä muuttujan (x) minimiarvo (a) että maksimiarvo (b). Muoto kuvataan kahden parametrin (p,q) avulla. Kun muotoparametrit ovat yhtä suuret, on kyseessä symmetrinen jakauma. Jos muuttujan minimiarvo on 0 ja maksimiarvo 1, saa jakaumafunktio muodon

$$f(x) = cx^{p-1}(1-x)^{q-1}, \quad (\text{Press, 1986})$$

(kaava 3a)

missä

$$c = \frac{1}{\int_a^b x^{p-1}(1-x)^{q-1} dx}$$

(kaava 3b)

Beta-jakaumafunktion integraali eli kertymäfunktio voidaan määrittää jakaumafunktiota numeerisesti integroimalla. Betafunktio sisältyy useimpien laskentaohjelmistojen funktio-kirjastoihin, joten kertymäettä jakaumafunktion arvo saadaan ilman numeerista integrointiakin kutsumalla tällaista valmisfunktioita. Sen syöttöparametrit esitetään usein hieman edellä kuvatusta jakaumafunktiosta poikkeavalla tavalla ($p-1 \rightarrow p$, $q-1 \rightarrow q$). *Parametrien ohjelmistokohtainen tulkinta onkin aina syytä tarkistaa valmisfunktioita käytettäessä.* Tässä raportissa parametrit ovat yllä esitetyn jakaumafunktion mukaisia.

2.2. Perusfunktion muuttuja

Funktion muuttujan avulla ilmaistaan se piste, jossa esimerkiksi kertymäfunktion arvo halutaan tuntea. Kun edellä esitetyillä funktioilla pyritään kuvaamaan latvusmassan pituussuuntaista jakaumaa tai kertymää, olisi muuttujana mahdollista käyttää tämän pisteen (esim. osapuun katkaisukohta) absoluuttista tai suhteellista etäisyyttä maasta tai latvan kärjestä.

Mallin yleispätevyyden kannalta muuttujaksi valittiin tässä tutkimuksessa pisteen *suhteellinen etäisyys latvan kärjestä*. Tällöin muuttuja saa arvoja 0:sta 1:een. Kun muuttujan nollakohta sijaitsee latvan kärjessä, saa molempien jakaumien kertymäfunktio minimiarvon 0 tässä pisteessä.

Latvusmassa voidaan jakaa joko koko rungon pituudelle tai latvan kärjen ja latvuksen alarajan välille, ts. funktion muuttuja voi saada maksimiarvonsa 1 joko maanpinnassa tai latvuksen alarajalla. Tässä tutkimuksessa testattiin molempia vaihtoehtoja. Jatkossa muuttujasta käytetään seuraavia nimityksiä:

‘suhteellinen sijainti rungossa’ tai ‘runko’ (=muuttujan saavuttaa maksimiarvonsa maanpinnassa)

‘suhteellinen sijainti latvuksessa’ tai ‘latvus’ (=muuttuja saavuttaa maksimiarvonsa elävän latvuksen alarajassa)

3. TUTKIMUSMENETELMÄ

3.1. Funktioiden sovitus yksittäisiin runkoihin

Aineiston jokaiselle koepuulle määritettiin pienimmän neliösumman (PNS-) menetelmää käyttäen parametrit, joilla jakauman *kertymäfunktio* saatiin kulkemaan mahdollisimman tarkasti kahden metrin väleihin määritettyjen todellista kertymää kuvaavien havaintopisteiden kautta. Ts. jos todellinen kertymä merkitään y , ennustettu kertymä \hat{y} ja kertymähavaintojen lukumäärä rungossa n , minimoitiin

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2, \quad i = 1, \dots, n.$$

(kaava 4)

Parametrit määritettiin käyttäen muuttujana ensin suhteellista sijaintia rungossa ja toisessa vaihtoehdossa suhteellista sijaintia latvuksessa.

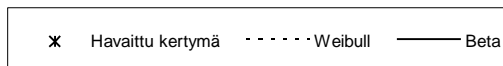
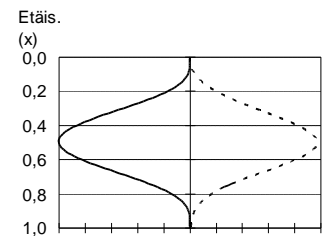
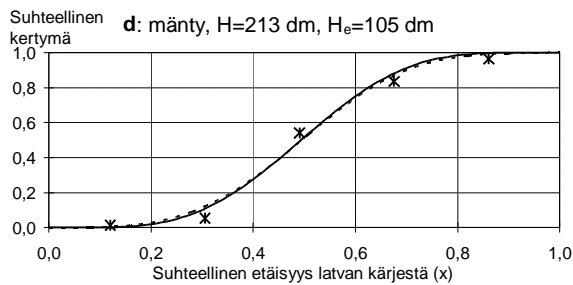
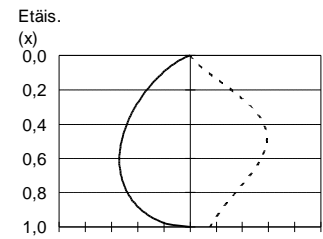
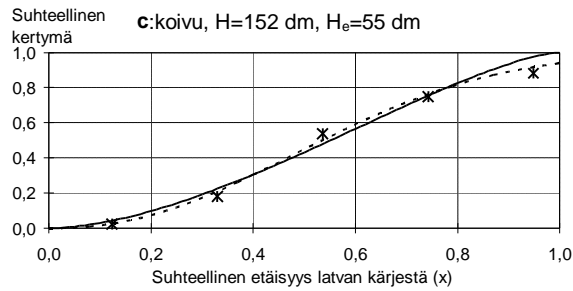
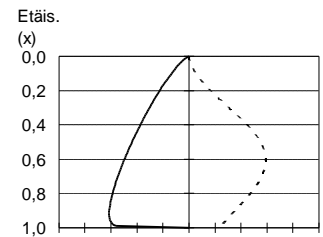
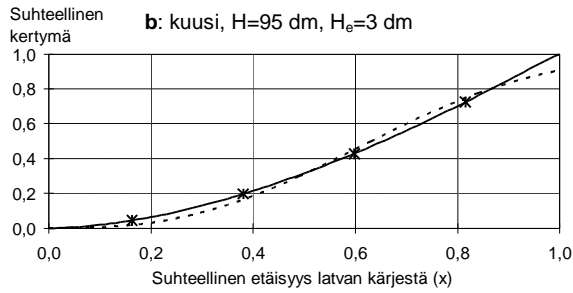
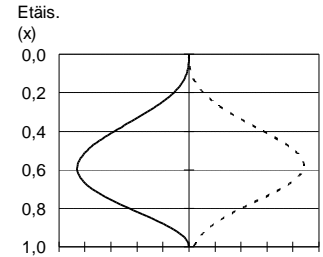
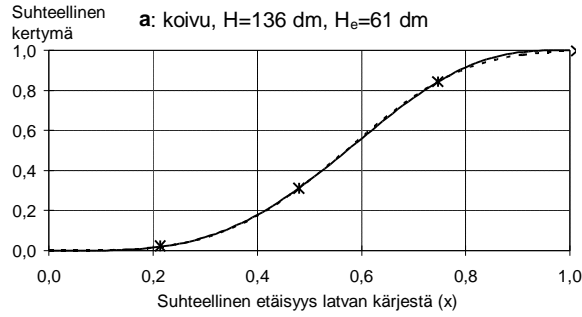
Rungoittaista neliösummaa minimoitaessa rajoitettiin parametrien arvoja taulukon 1 mukaisesti. Minimointitehtävä suoritettiin VBA-

ohjelmointi-kielellä laaditulla ohjelmalla, jossa käytettiin hyväksi EXCEL 5.0 -ohjelmaan sisältyvää solver-makroa. Analyysin muissa vaiheissa käytettiin lisäksi OpenVMS/SAS -ohjelmistoa.

Taulukko 1. PNS-parametrien estimoinnissa käytetyt rajoitteet

Funktio	Parametri (mja)	Minimi	Maksimi
Weibull	β (runko & latvus)	0,00001	12
	λ (runko & latvus)	0,00001	1
Beta	p (runko)	0,00001	100
	q (runko)	0,00001	100
	p (latvus)	0,00001	50
	q (latvus)	0,00001	50

Sivulle 7 on koottu muutamien massajakaumaltaan erilaisten koepuiden latvusten massakertymähavaintoja ja niihin sovitettuja funktioita muuttujana suhteellinen sijainti latvuksessa. Ne eivät edusta välttämättä puulajeille tyypillisiä latvuksia. Esimerkeistä käy ilmi, ettei kumpaakaan funktioista voida yksiselitteisesti osoittaa toista paremmaksi ennen suuressa puujoukossa tehtävää tarkastelua. Weibull-funktiolla ei pystytä beta-funktion tavoin kuvaamaan tarkasti muuttujan maksimiarvon lähettyville painottuvaa jakaumaa (koepuu b). Beta-funktion käytössä tulee ongelmia lähinnä silloin, kun elävien oksien massa ei sijaitsekaan kokonaisuudessaan elävän latvuksen sisässä (koepuu c). Tällainen tilanne on mahdollinen, koska elävän latvuksen alarajaa määritettäessä ei huomioida yksittäisiä latvuksesta selvästi irrallaan olevia eläviä oksia. Luonnollisesti on olemassa yksittäisiä latvuksia, joita ei voida kuvata kummallakaan sovitetuista funktioista (koepuu d).



Kuva 2. Esimerkkejä funktioiden soveltuvuudesta erilaisten latvusten massaja-kauman kuvaamiseen. Vasemmalla sovitettu kertymäfunktio ja oikealla vastaava jakauma. Muuttujana (x) käytetty suhteellista sijaintia latvuksessa. Soveltuvuus vaihtelee havaitun eli todellisen massakertymän muodon mukaan:

- a= sekä beta- että weibull-funktiolla voidaan kuvata massan kertymä ja jakauma
- b= vain beta-funktio tuottaa tarkan estimaatin kaikilla osakorkeuksilla
- c= weibull-funktio noudattaa beta-jakaumaa tarkemmin latvuksen todellista kertymää
- d= kumpikaan käytetyistä funktioista ei sovellu tämän latvuksen kuvaamiseen

3.2. Parametreja ennustavien mallien laadinta

Rungoittaisista parametreja analysoitiin muun muassa määrittämällä ositteittaisia (puulaji, hakkuutapa) keskiarvoja parametreille ja laatimalla regressiomalleja parametrien ennustamiseksi runkokohtaisesti puutason muuttujilla.

Sekä regressiomalleja että parametritaulukoita määritettäessä rajattiin tarkasteluun otettavia havaintoja. Mukaan otettiin rungot, joista oli elävän latvuksen kokonaismassan lisäksi kertymähavainto vähintään kahdelta osakorkeudelta koska vain tällöin jakauman parametrit olivat yksikäsitteisiä. Aineistosta etsittiin virheellisiä havaintoja tiettyjen kriteerien mukaisesti. Mikäli PNS-parametri tai jokin muu rungon tunnus arvioitiin näiden kriteerien mukaan virheelliseksi, koepuu rajattiin aineiston ulkopuolelle. Rajausten myötä 5908 runkoa (n. 91 %) otettiin mukaan regressioanalyysiin. Parametritaulukoita laadittaessa käytettiin hieman erilaisia kriteerejä, jotka täytti 6010 runkoa.

Regressiomallit laadittiin askeltavaa regressioanalyysiä (SAS/STAT) käyttäen. Selittäjinä käytettiin puutunnuksia ja niiden muunnoksia. Kutakin havaintoa painotettiin kertoimella

$$w = \ln(n / j),$$

(kaava 5)

missä n = kertymähavaintojen lukumäärä rungossa,

$$j = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \text{ (jäännösneliösumma).}$$

Kertoimen avulla saatiin suuri paino havainnoille, joissa funktio sopi tarkasti todelliseen kertymään. Vastaavasti havainto, jossa sovitus oli epätarkka, sai pienen painon. Epätarkka sovitus merkitsi yleensä jotain poikkeuksellista latvuksessa (esim. kaksiosainen tai yläosasta kuollut latvus). Osamäärään logaritimuunnoksella korjattiin eri pituisten latvusten painot keskimäärin yhtä suuriksi.

Valmiit mallit testattiin täydellisessä aineistossa, toisin sanoen laadintavaiheessa poisrajatut poikkeukselliset koepuut otettiin tässä vaiheessa mukaan. Tällä pyrittiin varmistamaan se, että mallien tarkkuutta kuvaavat tunnusluvut vastaavat mahdollisimman tarkasti käytännössä saavutettavaa tasoa.

4. TULOKSET

4.1. Funktioiden soveltuvuus ja tarkkuus

Soveltuvuutta ja tarkkuutta mitattiin ensinnäkin **rungoittaisella jäännöshajonnalla**

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n-1)},$$

(kaava 6)

missä n = kertymähavaintojen lukumäärä rungossa.

Weibull-funktio osoittautui lähes kaikissa puulajin ja leimikkotyypin mukaan jaetuissa ositteissa beta-funktiota epätarkemmaksi eli se 'taipui' heikommin havaintopisteiden kautta. Beta-funktio, jossa käytettiin muuttujana suhteellista sijaintia latvuksessa, oli tarkin etenkin ensiharvennuskäynnillä.

Taulukko 2. Rungoittaisten jäännöshajontojen (%-yksikköä) keskiarvot puulajeittain ja leimikkotyypeittäin. Vertailusta poistettu koepuut, joissa elävän latvuksen massaa oli myös latvusrajan alapuolella. Weibull-funktiolla jäännöshajonta on muuttujasta riippumatta sama.

Puulaji	Funktio (mja)	Leimikkotyyppi				
		Ensih.	Muu harv.	Päätteh.	Vajaap.	Kaikki
Mänty	Weibull	3,71	3,38	2,75	2,44	3,39
	Beta (runko)	2,98	3,21	2,98	2,44	3,03
	Beta (latvus)	1,58	2,36	2,70	3,14	2,16
Kuusi	Weibull	2,80	3,07	3,12	3,58	3,15
	Beta (runko)	2,17	2,81	2,57	2,88	2,67
	Beta (latvus)	2,44	2,64	2,32	2,02	2,40
Koivu	Weibull	4,97	4,86	4,52	4,97	4,80
	Beta (runko)	4,97	4,86	4,60	4,93	4,82
	Beta (latvus)	3,40	4,27	3,99	4,44	4,04
Kaikki	Weibull	3,87	3,73	3,39	4,00	3,69
	Beta (runko)	3,34	3,59	3,26	3,64	3,42
	Beta (latvus)	2,14	3,07	2,90	3,12	2,79

Latvuskohtainen jäännöshajonta kuvaa funktion kykyä taipua *kaikkien* rungosta mitattujen havaintopisteiden kautta. Se ei kuitenkaan paljasta mahdollisia **systemaattisia virheitä**, esim. sitä, pyrkiikö funktio ylitäi aliarvioimaan kertymän **tietyllä osakorkeudella**. Tätä ominaisuutta tutkittiin sekä runko- että leimikkotasolla vertaamalla todellista ja PNS-parametreilla laskettua kertymää 2..4 , 4..6 ja 6..8 m:n etäisyydellä latvan kärjestä. Samalla tarkasteltiin **jäännöshajonnan pitiuussuuntaista vaihtelua**.

Systemaattiset virheet osoittautuivat hyvin pieniksi. Suurin leimikko-tason virhe syntyi Weibull-funktiota käytettäessä. Se johti 2..4 m:n etäisyydellä latvan kärjestä 0,73 %-yksikön virheeseen kertymässä. Muilla osakorkeuksilla sekä Weibull- että beta-funktiot tuottivat keskimäärin tarkkoja leimikkokohtaisia kertymäestimaatteja. Beta-funktio oli osakorkeuksittain määritetyllä jäännöshajonnalla mitattuna hieman Weibull-funktiota joustavampi.

Taulukon 3 jäännöshajonnat voidaan tulkita siten, että kertymäfunktio noudatti kahdessa *rungossa* kolmesta vähintään ± 3 %-yksikön tarkkuudella ja kahdessa *leimikossa* kolmesta vähintään ± 1 %-yksikön tarkkuudella todellista kertymää. Todetut harhat ja jäännöshajonnat eivät osoita mitään funktio-muuttuja-yhdistelmää selvästi parhaaksi ominaisuuksiltaan.

Taulukko 3. Latvusmassan leimikoittaisen ja rungoittaisen kertymän ennustevirhe ja sen hajonta (%-yksikköä) eri etäisyyksillä latvan kärjestä, kun kertymä on estimoitu kertymäfunktioilla rungoittaisia PNS-parametreja käyttäen.

Funktio	Muuttuja	Etäisyys latvasta, m	LEIMIKKO		RUNKO	
			Virhe	Jään-nöshaj.	Virhe	Jään-nöshaj.
Weibull	Suht. sijainti rungossa tai latvuksessa	2..4	-0,73	1,02	-0,34	2,80
		4..6	0,09	0,87	0,27	2,92
		6..8	0,01	0,84	-0,10	2,68
Beta	Suht. sijainti rungossa	2..4	-0,48	0,88	-0,17	2,62
		4..6	0,15	0,76	0,25	2,85
		6..8	-0,06	0,74	-0,14	2,64
	Suht. sijainti latvuksessa	2..4	-0,03	0,67	-0,17	2,65
		4..6	0,03	0,60	0,20	2,67
		6..8	0,30	0,71	0,38	2,56

Tulosten perusteella testatut funktiot ja niissä käytetyt muuttujat soveltuvat verrattain hyvin latvusmassan pituussuuntaisen jakauman perusfunktioiksi. *Jatkossa tässä raportissa analysoidaan vain kahta toisistaan selkeimmin eroavaa perusfunktion ja muuttujan yhdistelmää: Beta-funktiota, jossa muuttujana on suhteellinen sijainti latvuksessa ja Weibull-funktiota, jossa on muuttujana suhteellinen sijainti rungossa.*

4.2. Funktioihin perustuvat mallit

Perusfunktioiden soveltuvuus latvuksen kuvaukseen on ehdoton edellytys niihin perustuvien mallien laatimiselle, mutta tämä ei vielä takaa mallien tarkkuutta. Funktioiden jalostaminen malliksi käytännön laskentatarpeisiin edellyttää, että niiden parametrit voidaan estimoida riittävän tarkasti yleisimmin tunnettujen puu- ja puustotason muuttujien avulla. Parametrin estimaatti voi olla vakio näiden muuttujien

avulla rajatussa ositteessa, jolloin se on ositteen (esim. kaikki mänty-rungot) rungoittaisten PNS-parametrien keskiarvo. Estimointi voi tapahtua myös puutunnuksiin perustuvalla regressiomallilla.

4.2.1. Ositteittain vakioidut parametrit

Metsäntutkimuslaitoksen aineistossa oli koepuita kaikista kolmesta pääpuulajista. Aineisto oli lisäksi jaettu kehitysasteen mukaan leimikkoluokkiin, joita oli yhteensä neljä: ensiharvennukset, muut harvennukset, päätehakkuut ja vajaapuustoiset kohteet. Leimikkoluokan ja puulajin avulla muodostettiin 12 ositetta, joille määritettiin funktioiden kunkin parametrin PNS-estimaattien keskiarvo. Kullekin puulajille määritettiin myös keskimääräiset leimikkotyypistä riippumattomat parametrit, jotka on esitetty taulukoiden 4 ja 5 oikeanpuoleisessa sarakkeessa ('kaikki').

Taulukko 4. Weibull-funktion PNS-parametrien keskiarvot ositteittain.

WEIBULL (runko)		Leimikkotyypit				
Puulaji	Parametri	Ensih.	Muu harv.	Pääteh.	Vajaap.	Kaikki
Mänty	β	3,085	3,006	2,866	2,935	3,004
	λ	0,384	0,289	0,312	0,415	0,341
Kuusi	β	2,487	2,430	2,503	2,943	2,541
	λ	0,488	0,404	0,486	0,548	0,466
Koivu	β	3,829	3,337	3,378	3,446	3,468
	λ	0,422	0,347	0,390	0,424	0,387

Taulukko 5. Beta-funktion PNS-parametrien keskiarvot ja numeeriselle integroinnilla ratkaistu c-parametrin arvo (kaava 3b) ositteittain.

BETA (latvus)		Leimikkotyypit				
Puulaji	Parametri	Ensih.	Muu harv.	Pääteh.	Vajaap.	Kaikki
Mänty	p	2,217	2,375	2,325	2,444	2,291
	q	1,691	1,920	1,851	1,930	1,798
	c	27,15	37,02	33,67	39,22	31,41
Kuusi	p	2,010	1,962	1,889	2,052	1,952
	q	1,784	1,922	1,605	1,486	1,719
	c	25,38	27,40	19,96	20,15	23,03
Koivu	p	2,800	2,605	2,709	2,470	2,662
	q	1,883	1,953	1,827	1,659	1,858
	c	47,43	44,59	42,48	31,13	42,47

Parametreja käyttäen estimoidun runko- ja leimikkokohtaisen latvusmassakertymän tarkkuus testattiin keskimääräisen virheen ja jäänöshajonnan avulla kolmella etäisyydellä latvan kärjestä. Leimikkotyypin ja puulajin mukaan jaotellut parametrit tuottivat odotetusti tarkempia kertymäestimaatteja kuin puulajeittain kiinteät parametrit

(taulukko 6). Beta-jakauman muuttujan, suhteellinen sijainti latvuksessa, käyttö edellytti elävän latvuksen alarajan mittausta, joten sen pitikin tuottaa tarkempi estimaatti kuin Weibull-funktio, jossa hyödynnettiin vain puun pituustietoa.

Liitteessä 1 on esitetty taulukon 6 leimikkokohtaisen ennustevirheen jäännöshajontoja (RMSE) havainnollistavat kuvaajat. Ensimmäisen ja toisen sekä toisaalta kolmannen ja neljännen rivin kuvaajia keskenään vertaamalla nähdään, kuinka paljon leimikkokohtainen kertymäennuste tarkentuu siirryttäessä puulajeittain kiinteistä parametreistä puulajeittain ja leimikkoluokittain kiinteisiin parametreihin. Weibull- ja beta-funktion tarkkuutta kuvaavien pisteparvien keskinäinen vertailu osoittaa puolestaan, kuinka paljon ennuste tarkentuu käytettäessä muuttujana rungon sijasta suhteellista sijaintia latvuksessa. Ennusteen tarkentumisessa on kysymys nimenomaan latvusrajan mittauksen tuomasta edusta eikä niinkään Weibull- ja beta-funktioiden keskinäisistä eroista. Jäännöshajonnan mukaan beta-funktion puulajeittain ja leimikkoluokittain kiinteitä parametreja käytettäessä saavutetaan kahdessa leimikossa kolmesta vähintään ± 4 %-yksikön tarkkuus kertymäestimaatissa.

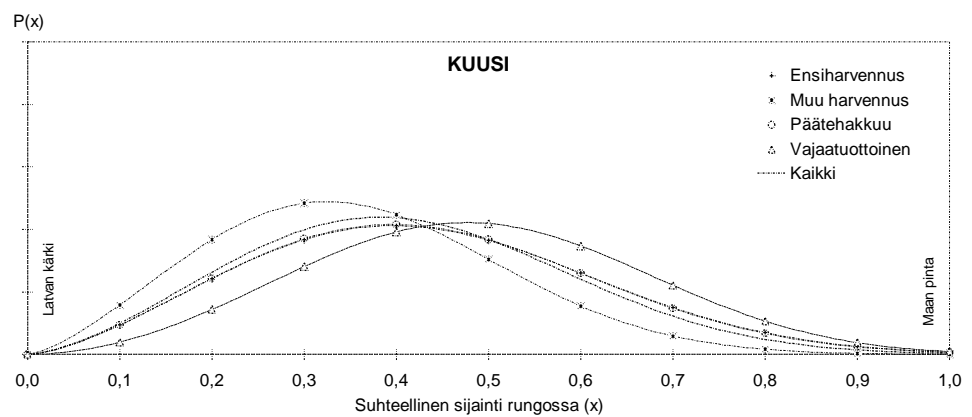
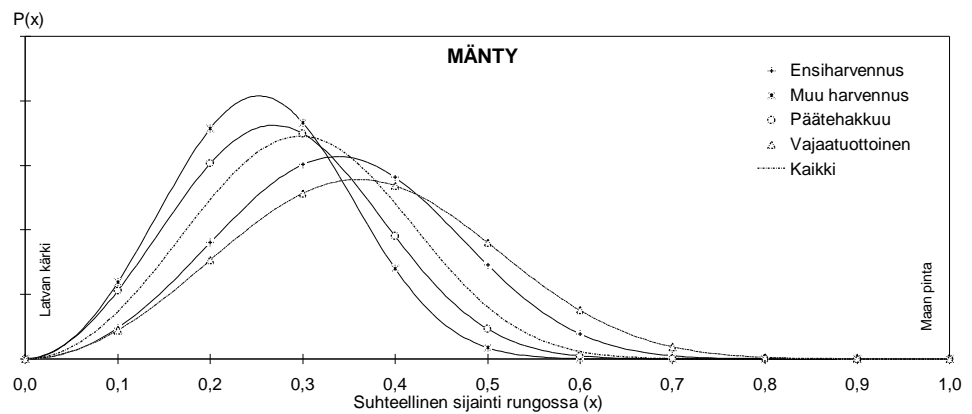
Taulukko 6. Latvusmassan kertymän ennustevirhe ja jäännöshajonta (%-yksikköä) eri etäisyyksillä latvan kärjestä, kun kertymä on estimoitu puulajeittain ja leimikkotyypeittäin kiinteillä parametreilla tai ainostaan puulajeittain kiinteillä parametreilla.

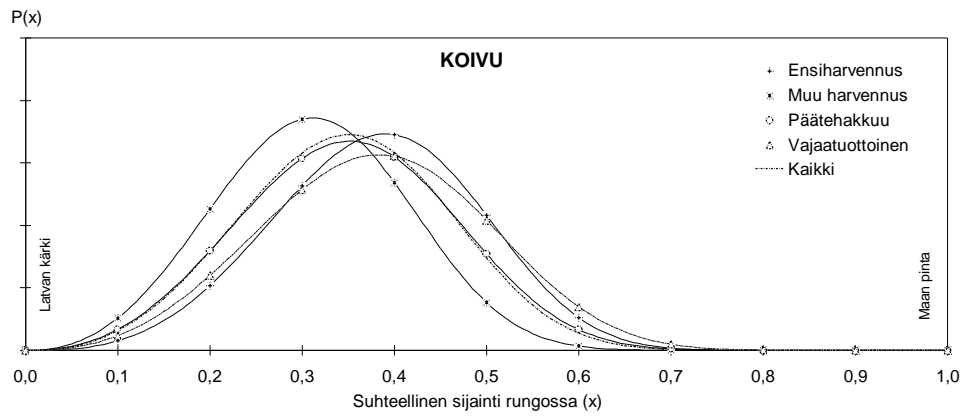
Funktio (muuttuja)	Parametrit	Etäisyys latvasta, m	LEIMIKKO		RUNKO	
			Virhe	Jäännöshaj.	Virhe	Jään- nöshaj.
Weibull (runko)	Puulajeittain kiinteät	2..4	-0,77	11,13	-3,75	20,19
		4..6	0,01	11,33	-2,79	18,19
		6..8	0,75	8,72	-1,12	12,98
	Puulajeittain ja leim.tyypeittäin kiinteät	2..4	-0,99	8,02	-3,63	18,12
		4..6	1,73	8,88	-0,97	16,32
		6..8	2,27	7,03	0,16	11,71
Beta (latvus)	Puulajeittain kiinteät	2..4	0,53	3,52	0,53	11,55
		4..6	0,47	4,66	0,42	10,51
		6..8	0,53	4,47	0,32	7,81
	Puulajeittain ja leim.tyypeittäin kiinteät	2..4	0,47	3,05	0,48	11,33
		4..6	0,57	3,97	0,51	10,23
		6..8	-0,64	4,01	0,36	7,60

Kuvassa 3 esitetään kuvaajat taulukon 4 parametreja vastaavista Weibull-jakaumista, joissa muuttujana oli suhteellinen sijainti rungossa eli rungon koko pituusakseli. Latvusmassan pituussuuntainen jakauman muoto vaihteli tämän muuttujan avulla ilmaistuna selvästi leimikkoluokkien välillä. Kaikkien puulajien jakaumille oli ominaista se, että ”muissa harvennuksissa” ne painottuivat selvästi keskimääräistä enemmän latvaa kohti ja vajaatuottoisuuden vuoksi hakattavissa koh-teissa maan pintaa kohti. Ensiharvennus- ja päätehakkuukohteissa

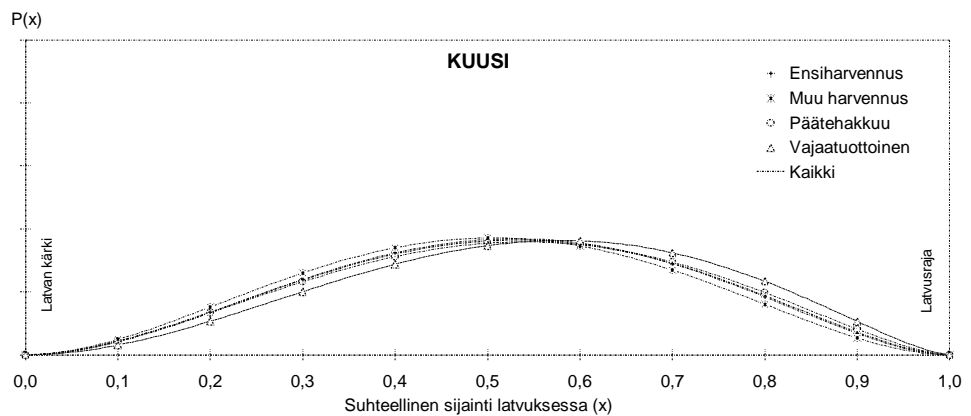
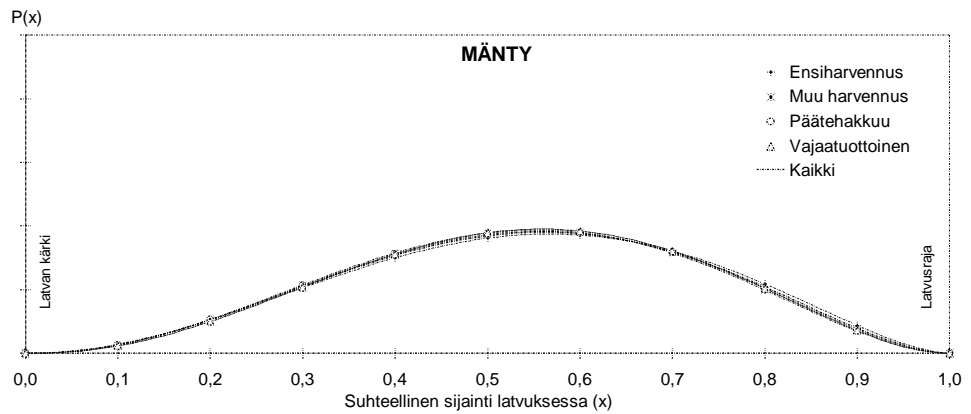
jakaumat olivat lähempänä keskimääräistä muotoa. Kuusen latvusmassajakaumissa oli merkillepantavaa, että ensiharvennusten ja päätehakkuiden kuvaajat olivat lähes identtiset (kuva 3).

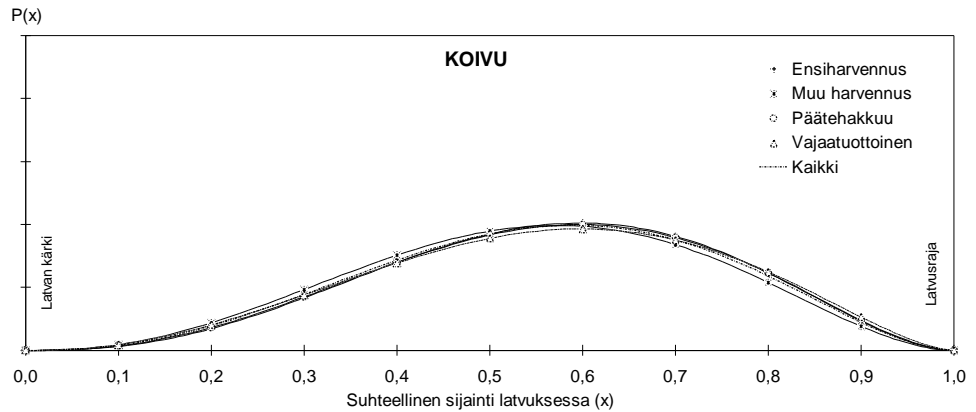
Kuvassa 4 esitetyt beta-jakaumien (taulukko 5) kuvaajat osoittivat selvän yhteyden kaikkien saman puulajin eri leimikkoluokkien keskimääräisten jakaumien välillä. Kun muuttujana oli nyt rungon suhteellisen pituus akselin sijasta latvuksen suhteellinen pituus akseli, noudatti jakauma etenkin männyllä ja koivulla *leimikkoluokasta riippumatta samaa muotoa*. Kuusellakin jakauman muoto oli lähes riippumaton leimikkoluokasta. Vajaatuottoisuuden vuoksi hakattavien leimikoiden jakaumat poikkesivat selkeimmin joskin vähän puulajin keskimääräisestä jakaumasta.





Kuva 3. Leimikkoluokan keskimääräisiin Weibull-parametreihin perustuvat latvussmassan pituussuuntaiset jakaumat sekä puulajin keskimääräinen, leimikkoluokasta riippumaton jakauma. Muuttujana on käytetty suhteellista sijaintia *rungossa*.



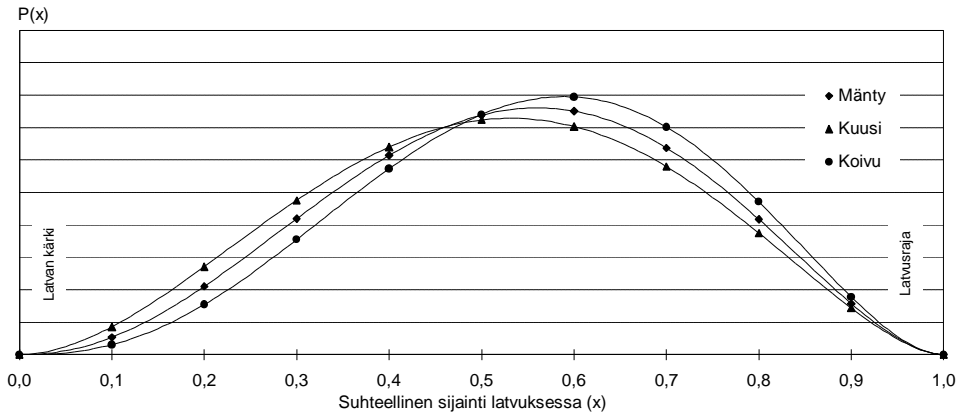


Kuva 4. Leimikkoluokan keskimääräisiin **beta**-parametreihin perustuvat latvusmassan pituussuuntaiset jakaumat sekä puulajin keskimääräinen, leimikkoluokasta riippumaton jakauma. Muuttujana on käytetty suhteellista sijaintia *latvuksessa*.

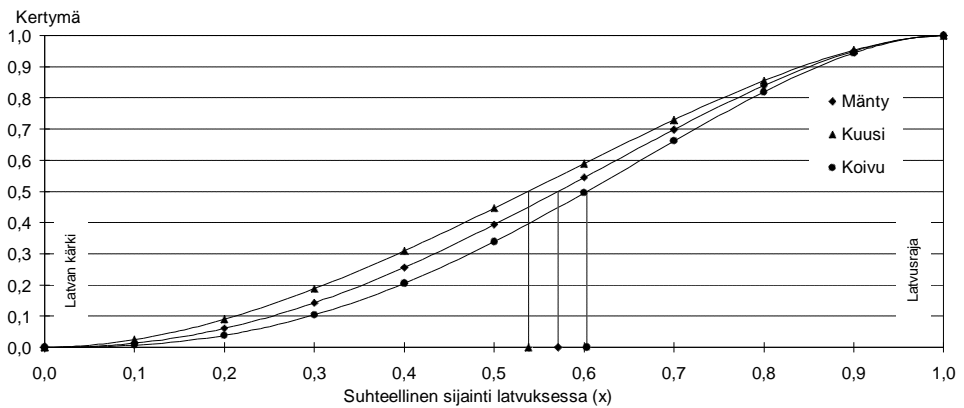
Tarkastelu osoitti, että latvuksen massa jakautuu latvuksen sisällä lähes leimikkoluokasta ja näin ollen myös rungon järeydestä riippumatta tietyllä, puulajille ominaisella tavalla. Leimikkoluokkien välille syntyy eroa vain, jos massa jaetaan rungon koko pituusakselille. Tämä johtuu latvussuhteen vaihtelusta metsikön eri kehitysvaiheissa.

Kaikilla puulajeilla latvusmassa painottuu hieman latvuksen puolivälin alapuolelle. Tämän painottumisen puulajeittaista eroa kuvaa latvuksen massakeskipiste. Sen tarkka sijainti voidaan määrittää kertymäfunktion avulla etsimällä esimerkiksi iteroimalla sellainen muuttujan arvo, joka tuottaa kertymäfunktion arvon 0,5. Koivun elävän latvuksen kuivamassa painottuu lähimmäs elävän latvuksen alarajaa ja kuusen vain hieman latvuksen puolivälin alapuolelle. Männyn latvuksen massakeskipiste sijoittuu näiden väliin. Koivun latvusmassa ei sisällä lehtiä.

Kuvissa 5 ja 6 on esitetty puulajien keskimääräisiin beta-parametreihin perustuvat latvusmassajakaumat sekä niitä vastaavat kertymät ja massakeskipisteet.



Kuva 5. Puulajin keskimääräisiin beta-parametreihin perustuvat elävän latvuksen kuivamassan pituussuuntaiset jakaumat.



Kuva 6. Puulajin keskimääräisiin beta-parametreihin perustuvat elävän latvuksen kuivamassan pituussuuntaiset kertymät. Massakeskipisteet: mänty = 0,571, kuusi = 0,538, koivu = 0,603.

4.2.2. Regressiomallilla estimoidut parametrit

Parametreja ennustavien regressiomallien selityskyky jäi molemmalla funktion ja muuttujan yhdistelmällä (Weibull/runko, beta/latvus) melko heikoksi. Välttäviin selityksasteisiin päästiin vain ennustettaessa Weibull-jakauman hajontaa kuvaavaa parametria (λ). Luonnollisesti latvussuhde tai muu latvuksen pituutta kuvaava muuttuja korreloi voimakkaasti tämän parametrin kanssa silloin kun funktion muuttujana on suhteellinen sijainti rungossa. Beta-funktio todettiin aiemmin tarkimmaksi yksittäisen koepuun latvusmassajakauman kuvaajaksi PNS-parametreja käytettäessä. Regressioanalyysissä sen parametrien vaihtelusta pystyttiin kuitenkin vain alle 10 % selittämään puutason muuttujilla.

Molempien funktioiden parametrien heikot selityksasteet johtuvat osittain siitä, että latvuksen massajakauma on puulajin sisällä lähes vakio, eikä sitä näin ollen kyetä selittämään puutunnuksilla. Kyse ei siis ole

perusfunktioiden heikkouksista. Regressioanalyysin tuloksena esitettiin mallit ainoastaan Weibull-funktion parametreille:

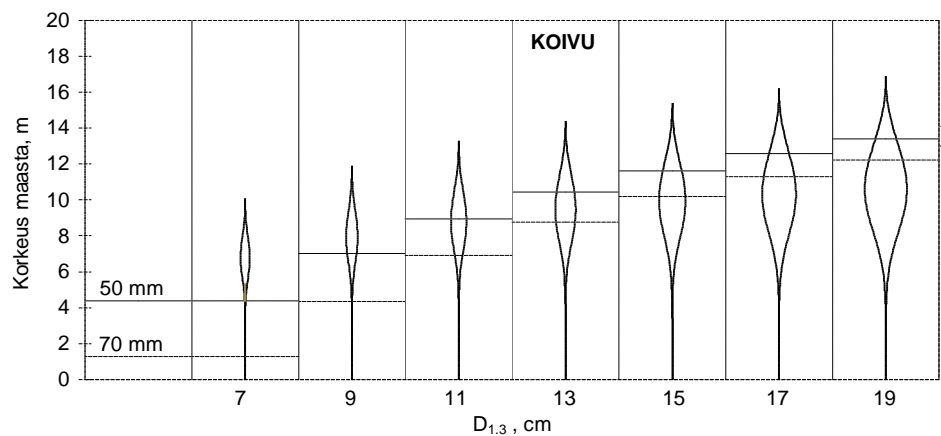
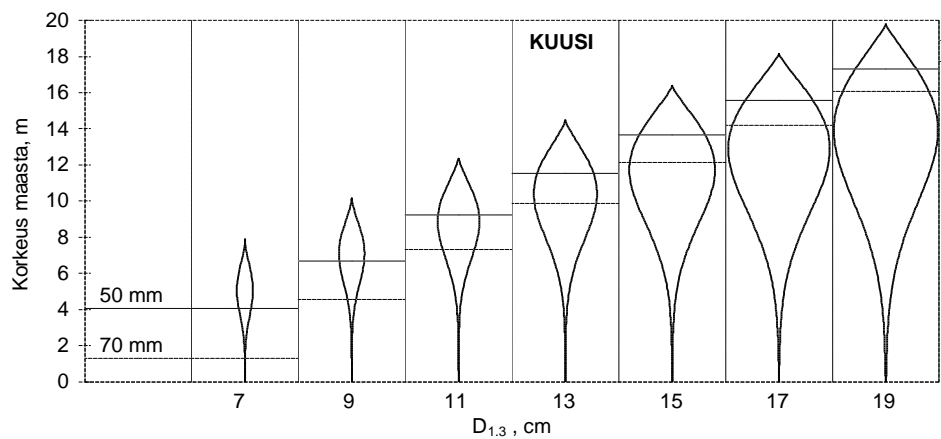
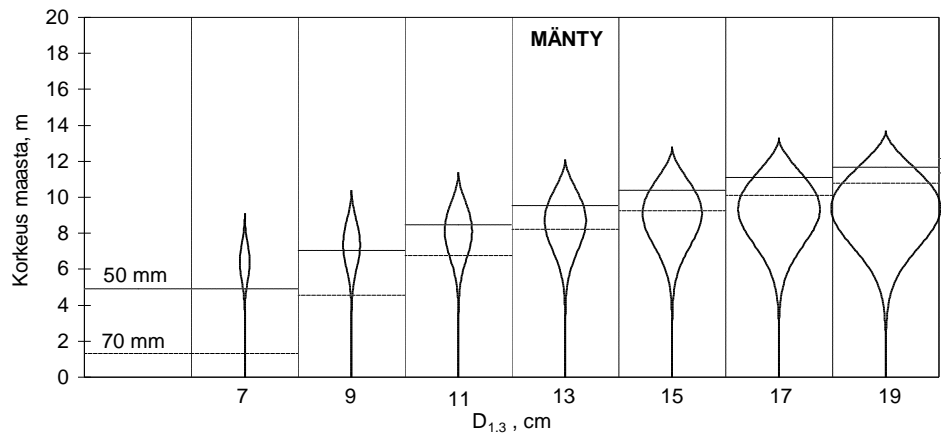
muotoparametri β :		R ²
mänty:	-18,074 + 3,8596 · ln LP + 297,7 / LP (kaava 7)	0,21
kuusi:	-2,3210 + 0,69484 · ln D + 154,35 / H (kaava 8)	0,23
koivu:	-4,9988 + 1,3145 · ln D + 156,18 / LP (kaava 9)	0,10
skaalausparametri λ :		
mänty:	0,01139 + 0,5557 · LS + 3,13548 / H (kaava 10)	0,84
kuusi:	0,41508 + 0,52798 · LS ² - 0,05527 · ln H (kaava 11)	0,77
koivu:	0,102656 - 0,01809 · (H/D) ² + 0,53726 · LS (kaava 12)	0,65
missä	H=pituus, dm D=rinnankorkeuslpm, mm	LP=latvuksen pit., dm LS=latvussuhde (LP/H)

Mallia testattiin kiinteisiin parametreihin perustuvien mallien tapaan. Kertymäestimaatit olivat jäännöshajonnalla mitattuna vain hieman tarkempia kuin puulajeittain ja leimikkotyypeittäin kiinteillä beta-parametreilla tuotetut estimaatit. Liitteen 1 alimmat kuvaajat havainnollistavat latvusmassan kertymäennusteen tarkkuutta regressiomalleilla estimoituja parametreja käytettäessä. 2..4 m:n osakorkeutta lukuunottamatta ennustevirheiden hajonta pienenee regressiomallien avulla noin viidenneksen parhaaseen kiinteillä parametreilla saavutettavaan tasoon verrattuna. Jäännöshajonnan avulla ilmaistuna kahdessa leimikosta kolmesta saavutetaan vähintään $\pm 3,5$ %-yksikön tarkkuus kertymäestimaatissa.

Taulukko 7. Latvusmassan kertymän ennustevirhe ja jäännöshajonta (%-yksikköä) eri etäisyyksillä latvan kärjestä, kun parametrit on estimoitu puulajeittaisten regressiomalleilla.

Funktio (muuttuja)	Parametrit	Etäisyys latvasta, m	LEIMIKKO		RUNKO	
			Virhe	Jään-nöshaj.	Virhe	Jään-nöshaj.
Weibull (runko)	Regressiomallilla	2..4	0,20	3,16	0,35	11,44
		4..6	1,41	3,41	1,21	9,82
		6..8	1,25	3,32	0,63	7,09

Regressiomallin avulla saadaan kullekin rungolle tai runkolukusarjan läpimittaluokalle yksilöllinen, puutunnuksiin perustuva latvusmassajakauma. Kuvassa 7 on esitetty aineiston kolmelle harvennusleimikolle regressiomallien avulla laaditut läpimittaluokittaiset latvusmassajakaumat, jotka on havainnollisuuden vuoksi painotettu elävän latvuksen kokonaiskuivamassalla ja jaettu rungon molemmille puolille. Kuvaajiin on merkitty myös Laasasenahon runkokäyrämallin avulla määritettyjen tyypillisten minimiläpimittojen sijainti.



Kuva 7. Elävän latvuksen massan pituussuuntainen jakauma ja eräiden katkaisuläpimittojen sijoittuminen siihen tyypillisissä ensiharvennuskohteissa (koivu lehdeettömänä aikana).

5. MALLIEN SOVELTAMINEN

5.1. Mallin valinta

Laaditut mallit tuottavat estimaatin tietyn osakorkeuden yläpuolelle jäävän latvusmassan osuudesta (k). Tarkastelun kohteena saattaa olla esimerkiksi rungon tietyn minimiläpimitan alapuolelle (käyttöosaan) jäävän latvusmassan osuus latvuksen kokonaismassasta, jolloin kertymäestimaatti on 1-k.

Se, millä edellä esitetyistä malleista estimaatti lasketaan, riippuu mitatuista tunnuksista ja laskentaresursseista. Jos puusta tunnetaan vain pituus, tehdään laskenta kiinteisiin parametreihin perustuvalla Weibull-funktiolla (taulukko 4). Jos tarkasteltavana on esimerkiksi koko puulajipopulaation sijasta tietyn leimikkoluokan puut, käytetään siinä puulajeittain ja leimikkoluokittain kiinteitä Weibull-parametreja.

Latvusrajan mittaustieto kannattaa aina hyödyntää latvusmassakertymää laskettaessa. Kun tällainen tieto on käytettävissä, tehdään valinta kiinteisiin parametreihin perustuvan beta-funktion ja regressiomalliin perustuvan Weibull-funktion välillä. Tässä tutkimuksessa osoitettiin latvusmassan jakauman noudattavan puulajeittain vakiintunutta muotoa. Tämän perusteella ei näytä olevan erityistä syytä valita regressioon perustuvaa Weibull-mallia. Beta-funktio puulajeittain kiintein parametrein tuottaa käytännössä lähes yhtä tarkkoja kertymäestimaatteja. Sen käyttö edellyttää tosin numeerista integrointia tai valmiiksi ohjelmoitua kertymäfunktiota. Jos laskentaresurssit eivät mahdollista beta-funktion käyttöä, valitaan Weibull-funktioon perustuva malli.

5.2. Muuttujan arvo

Mallin muuttujana on aina suhteellinen sijainti latvuksessa tai rungossa. Esimerkiksi minimiläpimitatarkastelu edellyttää siten rungon tietyn läpimitan suhteellisen sijainnin määrittämistä esimerkiksi Laasasenahon runkokäyrämallilla (Laasasenaho 1982):

$$f_b(x) = \frac{d_1}{d_{0,2h}} = b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + b_4x^5 + b_5x^8 + b_6x^{13} + b_7x^{21} + b_8x^{34}$$

(kaava 13)
missä $x = 1-l/h$, (l = etäisyys latvan kärjestä, h = puun pituus)
 d_1 = läpimitta korkeudella l ,
 $d_{0,2h}$ = läpimitta 20 %:n osakorkeudella.

Koska $d_{0,2h}$:ta ei yleensä tunneta, sen estimaatti voidaan ratkaista esimerkiksi rinnankorkeusläpimitan avulla kaavalla:

$$\hat{d}_{0,2h} = \frac{d_{1,3}}{f_b\left(1 - \frac{1,3}{h}\right)}.$$

(kaava 14)

Tietyn läpimitan d_l suhteellinen etäisyys (x) latvan kärjestä saadaan etsimällä sille iteroimalla sellainen arvo, jolla

$$f_b(x) = \frac{d_l}{\hat{d}_{0,2h}}.$$

Tämä muuttujan arvo (x_i) käy sellaisenaan latvusmassan pituussuuntaista jakaumaa kuvaavan Weibull-funktion muuttujaksi (x_{weib}). Beta-funktion muuttujana (x_{beta}) on suhteellinen sijainti latvuksessa, joten iteroinnin tuloksena saatuun muuttujan arvoon on tehtävä ennen sijoittamista muunnos

$$x_{beta} = \frac{x_i \cdot h}{(h - h_e)}, \quad (0 \leq x_{beta} \leq 1)$$

(kaava 15)

missä h = puun pituus (dm),
 h_e = elävän latvuksen alaraja (dm).

Muuttujan arvon määrittäminen on huomattavasti yksinkertaisempaa silloin, kun tarkastellaan läpimitan sijaan tietyn absoluuttisen korkeuden ylä tai alapuolelle sijoitettavaa latvusmassaa. Jos esimerkiksi halutaan määrittää 50 dm:n tyvikappaleeseen jäävän latvusmassan osuus, saadaan

$$x_{weib} = 1 - \frac{50}{h},$$

(kaava 16)

$$x_{beta} = 1 - \frac{h - 50}{h - h_e}. \quad (0 \leq x_{beta} \leq 1).$$

(kaava 17)

5.3. Suhteellinen ja absoluuttinen kertymä

Jakaumafunktiota tarvitaan käytännössä vain jakauman visualisointiin. Kertymä lasketaan aina jakaumafunktion integraalin eli *kertymäfunktion* avulla. Weibull-malleja käytettäessä sijoitetaan muuttujan arvo (x_{weib}) ja ositteen kiinteät parametrit (taulukko 4) tai regressiomalleilla (kaavat 7-12) estimoidut parametrit kertymäfunktioon (kaava 2). Jos

tarkastelu koskee tietyn puulajin tietyn leimikkoluokan puustoa, tulee kiinteät parametrit valita juuri kyseisen leimikkoluokan mukaan. Kaikille leimikkoluokille yhteisten parametrien käyttö johtaa systemaattisiin virheisiin.

Beta-funktiossa voidaan käyttää puulajeittain kiinteitä, ts. leimikkoluokasta riippumattomia parametreja (taulukko 5, oikeanpuoleinen sarake). Kuusella havaitut pienet erot leimikkoluokittaisissa jakaumissa saattavat johtua pikemmin elävän latvuksen alarajan määrittämisen vaikeudesta pikemmin kuin todellisesta poikkeamasta jakauman muodossa. Tarkimpaan tulokseen päästään leimikkoluokittaisia parametreja käyttäen.

Beta-jakaumalla laskettaessa kutsutaan valmisfunktioita ja annetaan sille syöttötiedoksi muuttujan arvo (x_{beta}) ja ositteen kiinteät parametrit. Jos valmisfunktioita ei ole käytettävissä, ratkaistaan kertymäestimaatin tarkka likiarvo numeerisesti integroiden esimerkiksi Simpsonin kaavalla (Spiegel, 1968). Siinä integroitava arvoalue (a,b) jaetaan parilliseen määrään (n) tasasuuruksia osavälejä:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{I_n}{3}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \dots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n),$$

missä $y_0 = f(x_0), y_1 = f(x_1), \dots,$
(kaava 18)
 $I_n = (b-a)/n.$

Beta-funktion kertymäestimaatti esimerkiksi 30 %:n etäisyydellä latvan kärjestä saadaan näin ollen kaavasta (n = 100):

$$f(x_{beta}) = c \cdot \int_0^{0,3} \{x_{beta}^{p-1} (1-x_{beta})^{q-1}\} dx_{beta} =$$

(kaava 19)

$$31,41 \cdot \frac{0,003}{3} \cdot [0 + 4 \cdot 0,003^{2,291} \cdot (1-0,003)^{1,798} + 2 \cdot 0,006^{2,291} \cdot (1-0,006)^{2,291} + \dots + 4 \cdot 0,297^{2,291} \cdot (1-0,297)^{1,798} + 0,3^{2,291} \cdot (1-0,3)^{1,798}].$$

Numeerisessa integroinnissa voidaan todennäköisesti soveltaa harvempaakin osavälijakoa laskentatarkkuuden kärsimättä.

Beta- tai Weibull-funktion tuottama kertymäestimaatti (k) voidaan muuntaa edelleen absoluuttiseksi massaksi runkokohtaista kokonaislatvusmassaa (f_m) kuvaavien mallien avulla. Hakkila (1991) on esittänyt elävän latvuksen kokonaismassaa kuvaavat mallit eritasoisia mitauksia varten.

Jos kertymäestimaattia määritettäessä on käytetty hyväksi tietoa elävän latvuksen alarajasta, on myös kokonaismassaa kuvaava malli valittava siten, että siinä on mukana jokin elävän latvuksen pituutta tai korkeutta kuvaava muuttuja. Tällöin kertymäestimaattia (=suhteellinen kertymä) vastaava absoluuttinen kertymä saadaan kaavasta

$$k \cdot f_m(d_{1,3}, h, h_e).$$

(kaava 20)

6. LOPUKSI

Tässä tutkimuksessa osoitettiin, että latvusmassan pituussuuntainen jakauma noudattaa latvuksen sisällä melko tarkasti puulajeittain vaihtunutta muotoa. Useissa aiemmissä tutkimuksissa on tehty sama havainto puun runkomuodosta. Onkin mahdollista, että näillä havainnoilla on selkeä puun fysiologiaan perustuva yhteys (ns. piippumalliteoria).

Sitä mukaa, kun tietämys puun fysiologiasta ja sisäisistä riippuvuus-suhteista lisääntyy, voidaan myös latvuksen eri komponenttien volyymeja ja jakaumia kuvaavia malleja tarkentaa. Nyt laadittu malli ei kelpaa osatekijäksi niin sanottuihin prosessimalleihin, joissa metsikön dynamiikka kuvataan *yksittäisen puun* kehitystä kuvaavilla malleilla. Niissä latvuksen kuvauksen on perustuttava todellisiin puussa ja sen lähiympäristössä vallitseviin kausaalisuhteisiin.

Nyt laadittu malli on yksi työkalu siinä työkalupakissa, jolla hallitaan *poistettavan puuston* biomassatase erilaisilla hakkumenetelmillä. Tutkimuksen tuloksia voidaan pitää yleispätevinä, koska Metsäntutkimuslaitoksen kokoama aineisto kattaa pääpuulajeittain ja leimikkotyypeittäin koko Suomen. Laadinta-aineiston erityisenä etuna on se, että koepuut on valittu nimenomaan poistettavasta puustosta. Ruotsissa on koottu aineistoa puun biomassakomponenttien kokonaismassoista, mutta otantaa ei ole kohdistettu ainoastaan poistettaviin puihin. Tällaiseen aineistoon perustuvien mallien tuottamia arvoja ei pidä käyttää nyt esitetyn pystysuuntaista jakaumaa kuvaavan mallin kanssa kokonaismassan (f_m) estimaattina.

Latvuksen biomassakomponenteille (oksat ja neulaset) olisi mahdollista laatia yhteisjakauman lisäksi myös erilliset jakaumat. Niitä tarvittaisiin esimerkiksi silloin, kun tutkitaan leimikolla tapahtuvan latvusmassan kuivattamisen vaikutusta korjuukustannuksiin ja energiasaantoon. Silloinhan neulasmassa karisee korjuuvaiheessa lähes kokonaan. Oksapuun ja neulasten pituussuuntaiset jakaumat poikkeavat todennäköisesti niin paljon toisistaan, ettei nyt esitetty malli sovellu tällaiseen tarkasteluun.

Metsätehossa on tutkimuskäytössä ohjelmasovellus, johon kuuluu osana latvusmassan pituussuuntaista jakaumaa kuvaava malli. Sillä voidaan tehdä runkolukusarjaan ja pituuskoepuihin perustuvia analyyseja, joissa tarkastellaan sekä runkopuun että latvuksen kiintotilavuuksia, kuivamassoja ja niistä johdettuja lämpöenergiamääriä runko- ja leimikkotasolla erilaisilla katkontavaihtoehdoilla. Laskenta voidaan tehdä myös ilman empiiristä aineistoa puustotunnuksiin perustuvia runkolukusarja- ja pituuskäyrämalleja käyttäen. Ohjelmaan sisällytetään myös runkopuun pituussuuntaisen tiheys- ja kosteusvaihtelun huomioimisen mahdollistavat ominaisuudet. Tällaisen kokonaisuuden avulla voidaan hyödyntää mahdollisimman monipuolisesti ja tehokkaasti kaikki se tutkimustieto, jota puun eri biomassakomponenteista on saatavissa.

KIRJALLISUUTTA:

HAKKILA, P. 1991. Hakkuupoistuman latvusmassa. *Folia Forestalia* 773.

KANGAS, A. 1990. Metsää kuvaavat mallit. *Silva Carelica* 24.

LAASASENAHO, J. 1982. Taper curve and volume functions for pine, spruce and birch. *Commun. Inst. For. Fenn.* 108. Helsinki.

PRESS, W. H. 1986. *Numerical recipes. The art of scientific computing.* Cambridge University Press.

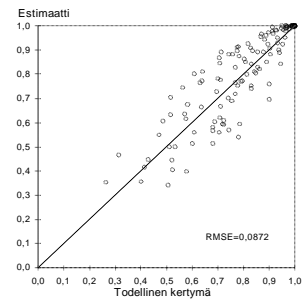
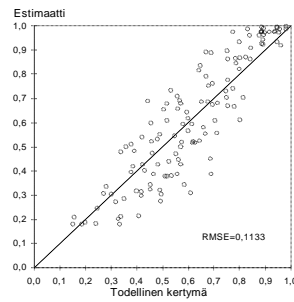
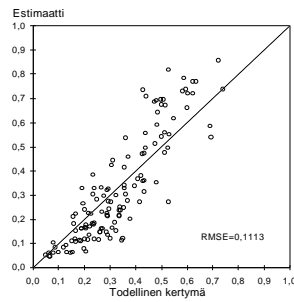
SPIEGEL, M. R. 1968. *Mathematical handbook of formulas and tables.* Schaum's outline series.

Etäisyys latvan kärjestä (latvahukkapuun pituus)

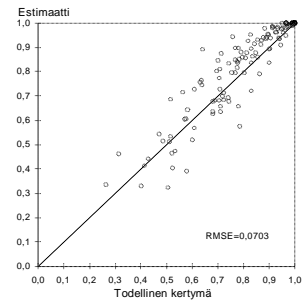
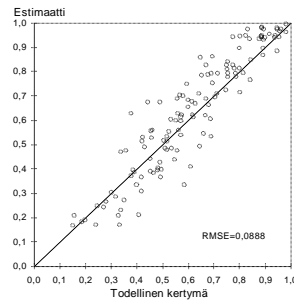
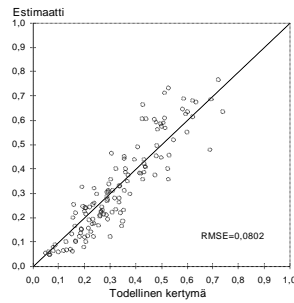
2.4 m

4.6 m

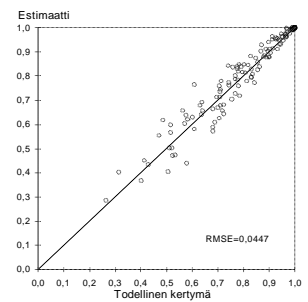
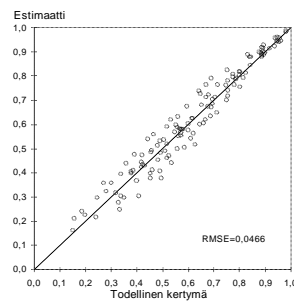
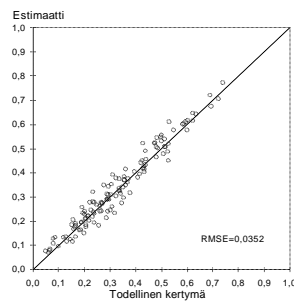
6.8 m



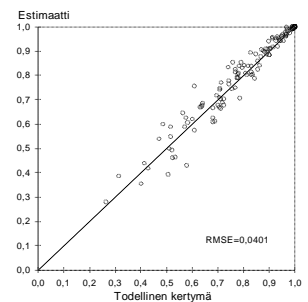
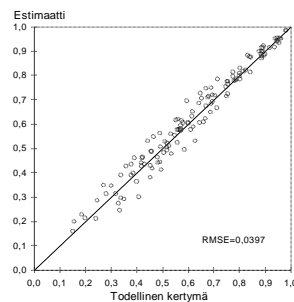
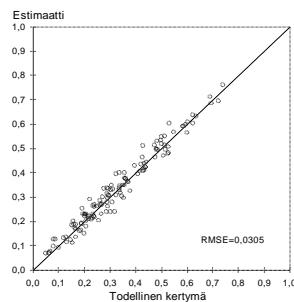
Weibull-funktio (muuttuja: runko, parametrit: puulajeittain vakioidut)



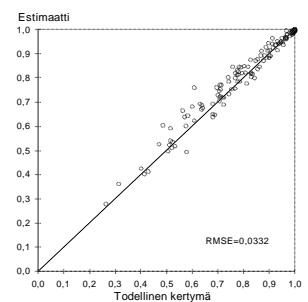
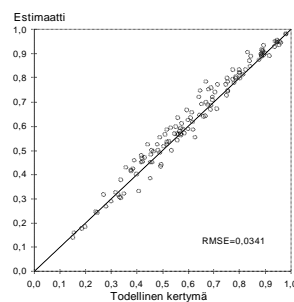
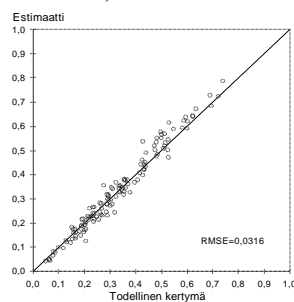
Weibull-funktio (muuttuja: runko, parametrit: puulajeittain ja leimikkoluokittain vakioidut)



Beta-funktio (muuttuja: latvus, parametrit: puulajeittain vakioidut)



Beta-funktio (muuttuja: runko; parametrit: puulajeittain ja leimikkoluokittain vakioidut)



Weibull-funktio (muuttuja: runko, parametrit: regressiomallilla estimoidut)

Leimikoittaisen latvusmassan kertymäestimaatin tarkkuus erilaisilla funktion, muuttujan ja parametrisoinnin yhdistelmällä kolmella eri etäisyydellä latvan kärjestä (RMSE=jäännöshajonta).

